



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas VI (MA-2113)
2^{do} Examen Parcial (50 %)
Abr-Jul 1998

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. (12 pts.) Considere la integral

$$\int_C \sum_{n=-1}^{\infty} (z-i)^n dz$$

donde C es la curva parametrizada por $i + \cos(t)/2 + i \operatorname{sen}(t)/5$, con $t \in [0, 2\pi]$

- (a) (6 pts.) Explique por qué la serie converge sobre los puntos de la curva.
(b) (6 pts.) Usando la parte (a), calcule el valor de la integral.
2. (12 pts.) Sea

$$f(z) = \frac{e^z}{1 - 2z + z^2}$$

- (a) (4 pts.) Hallar los 3 primeros términos de la serie de Taylor en torno a $z = 0$ de la función f .
(b) (4 pts.) Hallar el término general de la serie.
(c) (4 pts.) Dar el radio de convergencia de la serie.
3. (14 pts.) Sea

$$f(z) = \frac{(z-3)}{(z-2)(z^2-5z+4)(4z+3)^2}$$

- (a) (7 pts.) Calcule las singularidades de la función.
(b) (7 pts.) Calcule la integral

$$\int_{|z|=3} f(z) dz$$

donde la curva se recorre en sentido antihorario.

4. (12 pts.) Considere la integral

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{5 + 3 \cos \theta} d\theta$$

Explicando brevemente los procedimientos, calcule el valor de la integral.